

Übergeordnete Kompetenzen im Fach Mathematik

(Quelle: KLP NRW & SchILP)

Prozessbezogenen Kompetenzen

Operieren

Hilfsmittelfreies Operieren

Die Schülerinnen und Schüler

- wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- stellen sich geometrische Situationen räumlich vor und wechseln zwischen Perspektiven,
- übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
- führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
- arbeiten unter Berücksichtigung mathematischer Regeln und Gesetze mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen,
- führen Darstellungswechsel sicher aus,
- führen Lösungs- und Kontrollverfahren sicher und effizient durch,
- nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln.

Arbeiten mit Medien und Werkzeugen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen mathematische Hilfsmittel (Lineal, Geodreieck und Zirkel) zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren,
- recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlung),
- nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, Computer-Algebra-Systeme, Multirepräsentationssysteme, Taschenrechner und Tabellenkalkulation),
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,
- nutzen analoge und digitale Medien zur Unterstützung, zur Gestaltung mathematischer Prozesse und zur Präsentation.

Modellieren

Strukturieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen reale Situationen und beschreiben diese mit Worten und Skizzen,

- stellen eigene Fragen zu realen Situationen, die mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten beantwortet werden können,
- treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor.

Mathematisieren

Die Schülerinnen und Schüler

- übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen,
- ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells.

Interpretieren und Validieren

Die Schülerinnen und Schüler

- beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen,
- benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung.

Problemlösen

Erkunden

Die Schülerinnen und Schüler

- geben Problemsituationen in eigenen Worten wieder und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation,
- wählen geeignete heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf.

Lösen

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren, Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Beispiele finden, Spezialfälle finden, Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Schlussfolgern, Verallgemeinern),
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus.

Reflektieren

Die Schülerinnen und Schüler

- überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen,
- vergleichen verschiedene Lösungswege im Hinblick auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede und beurteilen deren Effizienz,
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
- benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen.

Argumentieren

Vermuten

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
- benennen Beispiele für vermutete Zusammenhänge,
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur.

Begründen

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff),
- begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente,
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten,
- nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),
- erläutern vorgegebene Argumentationen und Beweise hinsichtlich ihrer logischen Struktur.

Beurteilen

Die Schülerinnen und Schüler

- beurteilen, ob vorliegende Argumentationen und Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind,
- ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten.

Kommunizieren

Rezipieren

Die Schülerinnen und Schüler

- entnehmen und strukturieren Informationen aus mathemathhaltigen Texten und Darstellungen,

- recherchieren und bewerten fachbezogene Informationen,
- erläutern Begriffsinhalte anhand von typischen inner- und außermathematischen Anwendungssituationen.

Produzieren

Die Schülerinnen und Schüler

- geben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe wieder,
- verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege,
- verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache,
- wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen,
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese.

Diskutieren

Die Schülerinnen und Schüler

- greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter,
- vergleichen und beurteilen Ausarbeitungen und Präsentationen hinsichtlich ihrer fachlichen Richtigkeit, Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität,
- führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei.

Inhaltsbezogenen Kompetenzen

bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 5/6

Arithmetik/Algebra

- Grundrechenarten: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division natürlicher Zahlen sowie endlicher Dezimalzahlen, Addition und Subtraktion einfacher Brüche, schriftliche Division
- Gesetze und Regeln: Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz für Addition und Multiplikation natürlicher Zahlen, Teilbarkeitsregeln
- Begriffsbildung: Anteile, Bruchteile von Größen, Kürzen, Erweitern, Rechenterm
- Zahlbereichserweiterung: positive rationale Zahlen, Darstellung ganzer Zahlen
- Darstellung: Stellenwerttafel, Zahlenstrahl, Wortform, Bruch, endliche und periodische Dezimalzahl, Prozentzahl
- Größen und Einheiten: Länge, Flächeninhalt, Volumen, Zeit, Geld, Masse

Funktionen

- Zusammenhang zwischen Größen: Diagramm, Tabelle, Wortform, Maßstab

Geometrie

- Ebene Figuren: Kreis, besondere Dreiecke, besondere Vierecke, Winkel, Strecke, Gerade, kartesisches Koordinatensystem, Zeichnung, Umfang und Flächeninhalt (Rechteck, rechtwinkliges Dreieck), Zerlegungs- und Ergänzungsstrategien
- Körper: Quader, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel, Schrägbilder und Netze (Quader und Würfel), Oberflächeninhalt und Volumen (Quader und Würfel)
- Lagebeziehung und Symmetrie: Parallelität, Orthogonalität, Punkt- und Achsensymmetrie
- Abbildungen: Verschiebungen, Drehungen, Punkt- und Achsenspiegelungen

Stochastik

- statistische Daten: Datenerhebung, Ur- und Strichlisten, Klasseneinteilung, Säulen- und Kreisdiagramm
- Begriffsbildung: relative und absolute Häufigkeit
- Kenngrößen: arithmetisches Mittel, Median, Minimum und Maximum, Spannweite

bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 7/8

Arithmetik/Algebra

- Grundrechenarten: Multiplikation und Division von Brüchen
- Zahlbereichserweiterung: rationale Zahlen
- Term und Variable: Variable als Veränderliche, als Platzhalter sowie als Unbekannte, Termumformungen
- Gesetze und Regeln: Vorzeichenregeln, Rechengesetze für rationale Zahlen, binomische Formeln
- Lösungsverfahren: algebraische Lösungsverfahren linearer Gleichungen

Funktionen

- proportionale und antiproportionale Zuordnung: Zuordnungsvorschrift, Graph, Tabelle, Wortform, Quotientengleichheit, Proportionalitätsfaktor, Produktgleichheit, Dreisatz
- lineare Zuordnungen: Zuordnungsterm, Graph, Tabelle, Wortform
- Prozent- und Zinsrechnung: Grundwert, Prozentwert, Prozentsatz, prozentuale Veränderung, Wachstumsfaktor

Geometrie

- Umfang und Flächeninhalt: Dreieck, Viereck, zusammengesetzte Figuren, Höhe und Grundseite
- Körper: Oberflächeninhalt und Volumen einfacher Prismen

- geometrische Sätze: Neben-, Scheitel-, Stufen- und Wechselwinkelsatz, Innenwinkelsatz (Dreieck, Viereck), Kongruenzsätze, Satz des Thales
- Konstruktion: Dreieck, Mittelsenkrechte, Seitenhalbierende, Winkelhalbierende, Thaleskreis

Stochastik

- Wahrscheinlichkeiten und Zufallsexperimente: einstufige Zufallsversuche
- stochastische Regeln: empirisches Gesetz der großen Zahlen, Laplace-Wahrscheinlichkeit
- Begriffsbildung: Ereignis, Gegenereignis, Ergebnis, Wahrscheinlichkeit
- statistische Daten und Kenngrößen: Quartile und Boxplots

bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 9/10

Arithmetik/Algebra

- Zahlbereichserweiterung: reelle Zahlen
- Begriffsbildung: Potenzen, Wurzeln
- Gesetze und Regeln: Potenzieren und Radizieren, *Potenzgesetze, Wurzelgesetze*
- Lösungsverfahren und Algorithmen:
Lösen rein quadratischer Gleichungen
algorithmisches Näherungsverfahren, Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen (quadratische Ergänzung, p-q-Formel), algebraische und graphische Lösungsverfahren linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen, Lösen von Exponentialgleichungen der Form $b^x = c$ durch systematisches Probieren

Funktionen

- Funktionsbegriff
- lineare Funktionen: Funktionsterm, Graph, Tabelle, Wortform, Achsenabschnitte, Steigung, Steigungsdreieck
- quadratische Funktionen: Term (Normalform, Scheitelpunktform), Graph, Tabelle, Scheitelpunkt, Symmetrie, Öffnung, Nullstellen und y-Achsenabschnitt, Transformation der Normalparabel (G-Kurs: keine Verschiebung entlang der x-Achse)
Für G-Kurs: exponentielle Wachstumsprozesse
exponentielle Funktionen: $f(x) = a \cdot q^x$, $a > 0$, $q > 0$, Term, Graph, Tabelle, Wortform, Wachstum (Anfangswert, Wachstumsfaktor und -rate, Verdopplungs- bzw. Halbwertszeit, langfristige Entwicklung)
- Sinusfunktionen: $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$, Term, Graph, Grad- und Bogenmaß

Geometrie

- Kreis: Umfang und Flächeninhalt (Kreis, Kreisbogen, Kreissektor)
- Körper: Kugel, Zylinder, Kegel und Pyramide, Oberflächeninhalt und Volumen

- G-Kurs: maßstäbliches Vergrößern und Verkleinern
- Abbildung/Lagebeziehung: zentrische Streckungen, Ähnlichkeit
- geometrische Sätze: Satz des Pythagoras
- Trigonometrie: Sinus, Kosinus, Tangens

Stochastik

- statistische Daten: Erhebung, Diagramm, Manipulation
- Wahrscheinlichkeiten und Zufallsexperimente: zweistufige Zufallsversuche, Baumdiagramme, Pfadregeln, bedingte Wahrscheinlichkeit, Vierfeldertafel